

MIKROEKONOMETRIA

ZAJĘCIA 7

**WIKTOR
BUDZIŃSKI**

TESTOWANIE HIPOTEZ

3 podstawowe testy

- Test Z (przedział ufności)
 - Parametry mają asymptotyczny rozkład normalny
 - Znamy błąd standardowy
 - Czy parametr jest statystycznie różny od k (np. od 0)?
 - Test Walda
 - Czy restrykcje są istotnie różne od 0?
 - Test Z jako specjalny przypadek
 - Test LR – iloraz wartości funkcji największej wiarygodności
 - Czy restrykcja prowadzi do istotnego pogorszenia LL?
-

HIPOTEZY PROSTE, A HIPOTEZY ZŁOŻONE

- Hipotezą prostą nazywamy hipotezę w postaci np.: $H_0^1 : \beta_1 = 0$
- Hipotezą złożoną natomiast: $H_0^1 : \beta_1 = 0, H_0^2 : \beta_2 = 0, \dots, H_0^K : \beta_K = 0$
 - Testowanie osobno kilku hipotez prostych nie jest równoważne testowaniu jednej hipotezy złożonej
- Rozważmy prosty przypadek, kiedy statystyki testowe dla hipotez prostych są od siebie niezależne. Jeśli poziom istotności (p-stwo popełnienia błędu I rodzaju) jest równe α dla każdej z hipotez prostych to dla hipotezy złożonej wynosi ono:

$$\alpha^* = 1 - (1 - \alpha)^K \rightarrow 1$$

- Różnicę $\alpha^* - \alpha$ nazywa się obciążeniem Lovella
- Dlatego **lepiej opierać wybór modelu o hipotezy złożone**

TEST WALDA

- Idea: jeśli $\mathbf{X} \sim MVN_J(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ to $(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}) \sim \chi_J^2$
 - Jeśli $E(\mathbf{X}) = \boldsymbol{\mu}$ to wyrażenie ma rozkład chi-kwadrat z J stopniami swobody
 - Jeśli $E(\mathbf{X}) \neq \boldsymbol{\mu}$ to wyrażenie ma niecentralny rozkład chi-kwadrat
 - Leży na prawo $\Rightarrow$ daje większe wartości statystyki
- Dla zbioru restrykcji $H_0: \mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{q}$
 - Jeśli są prawdziwe, to $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ powinien je spełniać
 - Jeśli nie, to $\mathbf{c}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \mathbf{q}$ będzie dalej od $\mathbf{0}$
- Statystyka testu Walda

$$W = \left(\mathbf{c}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \mathbf{q} \right)' \left(AVC \left(\mathbf{c}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \mathbf{q} \right) \right)^{-1} \left(\mathbf{c}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \mathbf{q} \right) \sim \chi_J^2$$

TEST WALDA

- Intuicyjnie – czy estymator z restrykcjami nadal jest statystycznie istotny?
- H_0 : Restrykcje nie pogarszają istotnie modelu
 - Duże wartości statystyki W (małe p-value) – odrzucamy restrykcje (bo istotnie pogarszają model)
- Nie wymaga estymacji modelu z ograniczeniami
 - Choć trzeba wyznaczyć AVC dla estymatora z restrykcjami

$$\hat{AVC}\left(\mathbf{c}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \mathbf{q}\right) = \frac{\partial \mathbf{c}(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}'} \hat{AVC}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \left(\frac{\partial \mathbf{c}(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}'} \right)'$$

- Działa dla nieliniowych restrykcji

TEST WALDA

- Jeśli $c(\hat{\theta}) = q$ jest pojedynczą restrykcją – test Walda działa tak samo jak statystyka Z : $H_0 : \theta = \theta_0$

$$W = \left((\hat{\theta} - \theta_0) \right) AVC \left((\hat{\theta} - \theta_0) \right)^{-1} \left((\hat{\theta} - \theta_0) \right) = \frac{(\hat{\theta} - \theta_0)^2}{AVC(\hat{\theta})} = z^2 \quad z = \frac{|\hat{\theta} - \theta_0|}{\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}}$$

- Statystyka W ma rozkład chi-kwadrat z 1 stopniem swobody, czyli rozkład kwadratu statystyki standardowej normalnej
- **Wada:** test Walda jest wrażliwy na sformułowanie restrykcji
 - Np. dla przetestowania, czy $\beta/(1-\gamma) = q$ można testować $\beta/(1-\gamma) - q = 0$ lub $\beta - q(1-\gamma) = 0$ – mają różne AVC

TEST LR

- LR – *likelihood ratio*
- Iloraz wartości funkcji największej wiarygodności

$$LR = -2(\ln \hat{L}_R - \ln \hat{L}_U)$$

- Nakładamy jakieś restrykcje na parametry
 - R i U – *restricted, unrestricted* (test tylko dla modeli zagnieżdżonych)
 - Model z restrykcjami zawsze jest nie lepszy niż model bez restrykcji, a więc $LR > 0$
- Wartość krytyczna z rozkładu chi-kwadrat z liczbą stopni swobody równą liczbie restrykcji (w formie równań)
- H_0 : Restrykcje nie pogarszają istotnie modelu
 - Duże wartości statystyki LR (małe p-value) – odrzucamy restrykcje (bo istotnie pogarszają model)
- **Wada:** Wymaga estymacji modelu bez i z ograniczeniami

ZADANIE 3

1. Czy wszystkie parametry są łącznie istotne w modelu?
 - Porównaj twój wynik z tym raportowanym przez STATA po estymacji
2. Czy ceny zwykłych jabłek i eko-jabłek mają tę samą siłę oddziaływania (choć w przeciwną stronę)?
 - Zbadaj wykorzystując test LR
 - Zbadaj wykorzystując test Walda
3. Czy cena eko-jabłek ma inny wpływ na mężczyzn niż na kobiety?
 - Zbadaj wykorzystując test LR
 - Zbadaj wykorzystując test Walda

MODELE NIEZAGNIEŹDZONE

- Testy o których mówiliśmy do tej pory zakładają, że porównywane modele są zagnieżdżone
 - Można przy pomocy równania zapisać hipotezę, którą testujemy
 - Czasem chcemy porównywać modele niezagnieżdżone
 - Np. logit z probitem
 - Albo model z liniową zmienną vs. model ze zlogarytmowaną zmienną
 - W tym celu można zastosować test Vounga
-

TEST VOUNGA

- Mamy dwa rywalizujące, niezagnieżdżone modele, oba oszacowane za pomocą metody MNW (LL_0 , LL_1)
 - Oba mogą być błędne – test pozwala sprawdzić, który jest bliższy 'prawdy' (zakładamy, że prawdziwy model istnieje)
 - **H₀**: Oba modele są tak samo blisko „poprawnego” modelu
 - Statystyka testowa:
$$V = \sqrt{N} \frac{E(LL_i^0 - LL_i^1)}{Std(LL_i^0 - LL_i^1)}$$
 - Jeśli modele mają różną liczbę parametrów można uwzględnić odpowiednią „karę”
 - Podobnie jak w BIC
 - Jeśli hipoteza zerowa jest prawdziwa, statystyka ma rozkład normalny
-

ZADANIE 3

C.D.

4. Porównaj model z liniowymi cenami z modelem z zlogarytmowanymi cenami
 - Wykorzystaj test Vounga
5. Porównaj model z liniowymi cenami z modelem z ilorazem cen